**第29讲 抽屉原理（一）**

**一、知识要点**

如果给你5盒饼干，让你把它们放到4个抽屉里，那么可以肯定有一个抽屉里至少有2盒饼干。如果把4封信投到3个邮箱中，那么可以肯定有一个邮箱中至少有2封信。如果把3本联练习册分给两位同学，那么可以肯定其中有一位同学至少分到2本练习册。这些简单内的例子就是数学中的“抽屉原理”。

基本的抽屉原理有两条：（1）如果把x+k（k≥1）个元素放到x个抽屉里，那么至少有一个抽屉里含有2个或2个以上的元素。（2）如果把m×x×k（x＞k≥1）个元素放到x个抽屉里，那么至少有一个抽屉里含有m+1个或更多个元素。

利用抽屉原理解题时要注意区分哪些是“抽屉”？哪些是“元素”？然后按以下步骤解答：a、构造抽屉，指出元素。b、把元素放入（或取出）抽屉。C、说明理由，得出结论。

本周我们先来学习第（1）条原理及其应用。

**二、精讲精练**

**【例题1】**某校六年级有学生367人，请问有没有两个学生的生日是同一天？为什么？

把一年中的天数看成是抽屉，把学生人数看成是元素。把367个元素放到366个抽屉中，至少有一个抽屉中有2个元素，即至少有两个学生的生日是同一天。

平年一年有365天，闰年一年有366天。把天数看做抽屉，共366个抽屉。把367个人分别放入366个抽屉中，至少在一个抽屉里有两个人，因此，肯定有两个学生的生日是同一天。

**练习1：**

1、某校有370名1992年出生的学生，其中至少有2个学生的生日是同一天，为什么？

2、某校有30名学生是2月份出生的，能否至少有两个学生生日是在同一天？

3、15个小朋友中，至少有几个小朋友在同一个月出生？

**【例题2】**某班学生去买语文书、数学书、外语书。买书的情况是：有买一本的、二本的、也有三本的，问至少要去几位学生才能保证一定有两位同学买到相同的书（每种书最多买一本）？

首先考虑买书的几种可能性，买一本、二半、三本共有7种类型，把7种类型看成7个抽屉，去的人数看成元素。要保证至少有一个抽屉里有2人，那么去的人数应大于抽屉数。所以至少要去7+1=8（个）学生才能保证一定有两位同学买到相同的书。

买书的类型有：

买一本的：有语文、数学、外语3种。

买二本的：有语文和数学、语文和外语、数学和外语3种。

买三本的：有语文、数学和外语1种。

3+3+1=7（种）把7种类型看做7个抽屉，要保证一定有两位同学买到相同的书，至少要去8位学生。

**练习2：**

**1、**某班学生去买语文书、数学书、外语书、美术书、自然书。买书的情况是：有买一本的、二本的、三本或四本的。，问至少要去几位学生才能保证一定有两位同学买到相同的书（每种书最多买一本）？

2、学校图书室有历史、文艺、科普三种图书。每个学生从中任意借两本，那么至少要几个同学才能保证一定有两人所借的图书属于同一种？

3、一只袋中装有许多规格相同但颜色不同的玻璃珠子，颜色有绿、红、黄三种，问最少要取出多少个珠子才能保证有两个同色的？

**【例题3】**一只袋中装有许多规格相同但颜色不同的手套，颜色有黑、红、蓝、黄四种。问最少要摸出多少只手套才能保证有3副同色的？

把四种不同的颜色看成是4个抽屉，把手套看成是元素，要保证有1副同色的，就是1个抽屉里至少有2只手套，根据抽屉原理，最少要摸出5只手套。这时拿出1副同色的后，4个抽屉中还剩下3只手套。再根据抽屉原理，只要再摸出2只手套又能保证有一副手套是同色的，以此类推。

把四种颜色看成是4个抽屉，要保证有3副同色的，先考虑保证有一副就要摸出5只手套。这时拿出1副同色的后，4个抽屉中还剩下3只手套。根据抽屉原理，只要再摸出2只手套又能保证有一副手套是同色的。以此类推，要保证有3副同色的，共摸出的手套有

 5+2+2=9（只）

答：最少要摸出9只手套才能保证有3副同色的。

**练习3：**

1、一只袋中装有许多规格相同但颜色不同的手套，颜色有黑、红、蓝、黄四种。问最少要摸出多少只手套才能保证有4副同色的？

2、布袋中有同样规格但颜色不同的袜子若干只。颜色有白、黑、蓝三种。问：最少要摸出多少只袜子，才能保证有3双同色的？

3、一个布袋里有红、黄、蓝色袜子各8只。每次从布袋中拿出一只袜子，最少要拿出多少只才能保证其中至少有2双不同袜子？

**【例题4】**任意5个不相同的自然数，其中至少有两个数的差是4的倍数，这是为什么？

一个自然数除以4的余数只能是0，1，2，3。如果有2个自然数除以4的余数相同，那么这两个自然数的差就是4的倍数。

一个自然数除以4的余数可能是0，1，2，3，所以，把这4种情况看做时个抽屉，把任意5个不相同的自然数看做5个元素，再根据抽屉原理，必有一个抽屉中至少有2个数，而这两个数的余数是相同的，它们的差一定是4的倍数。所以，任意5个不相同的自然数，其中至少有两个数的差是4的倍数。

**练习4：**

1、任意6个不相同的自然数，其中至少有两个数的差是5的倍数，这是为什么？

2、任意取几个不相同的自然数，才能保证至少有两个数的差是8的倍数？

3、证明在任意的（n+1）个不相同的自然数中，必有两个数之差为n的倍数。

**【例题5】**能否在图29-1的5行5列方格表的每个空格中，分别填上1，2，3这三个数中的任一个，使得每行、每列及对角线AD、BC上的各个数的和互不相同？

由图29-1可知：所有空格中只能填写1或2或3。因此每行、每列、每条对角线上的5个数的和最小是1×5=5，最大是3×5=15。从5到15共有11个互不相同的整数值，把这11个值看承11个抽屉，把每行、每列及每条对角线上的各个数的和看承元素，只要考虑元素和抽屉的个数就可得出结论是不可能的。因为每行、每列、每条对角线上的5个数的和最小是5，最大是15，从5到15共有11个互不相同的整数值。而5行、5列及两条对角线上的各个数的和共有12个，所以，这12条线上的各个数的和至少有两个是相同的。

**练习5：**

1、能否在6行6列方格表的每个空格中，分别填上1，2，3这三个数中的任一个，使得每行、每列及对角线上的各个数的和互不相同？为什么？

2、证明在8×8的方格表的每个空格中，分别填上3，4，5这三个数中的任一个，在每行、每列及对角线上的各个数的和中至少有两个和是相同的。

3、在3×9的方格图中（如图29-2所示），将每一个小方格涂上红色或者蓝色，不论如何涂色，其中至少有两列的涂色方式相同。这是为什么？